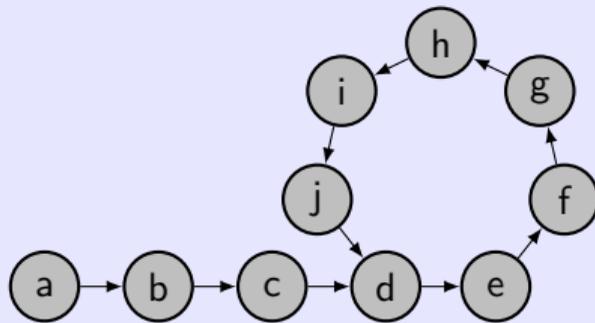


36. Knobelaufgabe #21

Nicht alle Elemente von *Necklace* $\langle 'a \rangle$ sind tatsächlich Perlenketten. Im Allgemeinen haben die Elemente die Form eines Loopings:

```
type Necklace  $\langle 'a \rangle$  =  
{ mutable bead : 'a  
  mutable next : Necklace  $\langle 'a \rangle$  }
```



Wie lässt sich der Anfang der „Loop“ bestimmen? (Im obigen Beispiel die Perle *d*, ausgehend von *a*.)

Benötigen Sie zusätzliche Sprachfeatures? Kommt Ihr Programm mit konstantem Speicherplatz aus?

36. Motivation

Zur Erinnerung: Arrays können auf zwei Weisen konstruiert werden:

- ▶ durch Aufzählung der Elemente: `[2; 3; 5; 7; 11]`;
- ▶ durch Angabe einer Bildungsvorschrift: `[for i in 0..99 → i * i]`.

☞ Gilt in gleicher Weise für Listen.

☞ `[for i in e1 → e2]` ist tatsächlich eine Abkürzung für `[for i in e1 do yield e2]`.

☞ Array- bzw. Listenbeschreibungen sind sehr viel allgemeiner:

Mini) `[yield 4711; for i in 0..5 do yield i * i]`

`[4711; 0; 1; 4; 9; 16; 25]`

Mini) `[for i in 0..9 do if i % 2 = 1 then yield i * i]`

`[1; 9; 25; 49; 81]`

☞ Mit einer einarmigen Alternative können Elemente gefiltert werden.

36. Motivation

☞ Generatoren dürfen geschachtelt werden.

```
Mini) [for i in 1..8 do
      for j in 1..8 do
        if (i + j) % 2 = 0 then
          yield (i, j)]
```

[(1, 1); (1, 3); (1, 5); (1, 7); (2, 2); (2, 4); (2, 6); (2, 8); (3, 1); (3, 3); (3, 5);
(3, 7); (4, 2); (4, 4); (4, 6); (4, 8); (5, 1); (5, 3); (5, 5); (5, 7); (6, 2); (6, 4);
(6, 6); (6, 8); (7, 1); (7, 3); (7, 5); (7, 7); (8, 2); (8, 4); (8, 6); (8, 8)]

☞ Positionen aller schwarzen Felder auf einem 8×8 -Schachbrett.

36. Abstrakte Syntax

Wir erweitern Ausdrücke um *Listenbeschreibungen* (analog für Arrays).

$e \in \text{Expr} ::=$	$\begin{array}{l} [se] \end{array}$	<p><i>Ausdrücke:</i> Listenbeschreibung</p>
-------------------------	---	---

Innerhalb der Klammern steht ein sogenannter *Sequenzausdruck*, eine neue syntaktische Kategorie.

$se \in \text{SExpr} ::=$	$\begin{array}{l} \text{yield } e \\ se_1; se_2 \\ \text{if } e \text{ then } se \\ \text{for } x \text{ in } e \text{ do } se \end{array}$	<p><i>Sequenzausdrücke:</i> Element Konkatenation Filter Generator</p>
---------------------------	---	--

 **yield** e ist *kein* Ausdruck.

 Statische Semantik, siehe Skript.

Ein- und
Ausgabe

Zustand

Listenbeschrei-
bungen

Motivation

Abstrakte Syntax

Dynamische
Semantik

Vertiefung

Kontrollstruktu-
ren

Ausnahmen

36. Dynamische Semantik

☞ Listenbeschreibungen sind „syntaktischer Zucker“: Sie versüßen das Leben beim Programmieren, sind aber nicht lebensnotwendig.

☞ Die Bedeutung der Konstrukte können wir erklären, indem wir sie entzuckern, in uns bekannte Ausdrücke *übersetzen*. Zum Beispiel:

```
[ for i in 0..9 do yield i * i ] = map ( fun i → i * i ) [0..9]
```

```
[ if i % 2 = 1 then yield i * i ] = if i % 2 = 1 then [i * i] else []
```

36. Dynamische Semantik

☞ Die Listenbeschreibung $\llbracket se \rrbracket$ wird in den Ausdruck $\llbracket se \rrbracket$ übersetzt, wobei $\llbracket se \rrbracket$ wie folgt definiert ist.

$$\begin{aligned} \llbracket \mathit{yield} \ e \rrbracket &= [e] \\ \llbracket se_1; se_2 \rrbracket &= \llbracket se_1 \rrbracket @ \llbracket se_2 \rrbracket \\ \llbracket \mathit{if} \ e \ \mathit{then} \ se \rrbracket &= \mathit{if} \ e \ \mathit{then} \ \llbracket se \rrbracket \ \mathit{else} \ [] \\ \llbracket \mathit{for} \ x \ \mathit{in} \ e \ \mathit{do} \ se \rrbracket &= \mathit{collect} \ (\mathit{fun} \ x \rightarrow \llbracket se \rrbracket) \ e \end{aligned}$$

Die Funktion $\mathit{collect} : ('a \rightarrow 'b \ \mathit{list}) \rightarrow ('a \ \mathit{list} \rightarrow 'b \ \mathit{list})$ ist vordefiniert:

$$\begin{aligned} \mathit{let} \ \mathit{rec} \ \mathit{collect} \ f &= \mathit{function} \\ | [] &\rightarrow [] \\ | x :: xs &\rightarrow f \ x @ \mathit{collect} \ f \ xs \end{aligned}$$

☞ $\mathit{collect} \ f \ \mathit{list}$ wendet f auf jedes Element von list an und konkateniert die resultierenden Listen.

36. Dynamische Semantik: Beispiel

```

[ for i in [0..9] do if i % 2 = 1 then yield i * i ]
=   { Übersetzung Listenbeschreibung }
[[ for i in [0..9] do if i % 2 = 1 then yield i * i ]]
=   { Übersetzung Generator }
collect ( fun i → [[ if i % 2 = 1 then yield i * i ]] ) [0..9]
=   { Übersetzung Filter }
collect ( fun i → if i % 2 = 1 then [[ yield i * i ]] else [] ) [0..9]
=   { Übersetzung yield }
collect ( fun i → if i % 2 = 1 then [i * i] else [] ) [0..9]
=   { Definition von [l..u] }
collect ( fun i → if i % 2 = 1 then [i * i] else [] ) [0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9]
=   { Definition von collect }
[] @ [1] @ [] @ [9] @ [] @ [25] @ [] @ [49] @ [] @ [81]
=   { Definition von '@' }
[1; 9; 25; 49; 81]

```

36. Vertiefung

☞ Mit Listenbeschreibungen lassen sich bequem „Datenbankanfragen“ formulieren. *Beispiel:* eine Prüfungsdatenbank.

```

type Name = String // student name
type GUID = Int    // student id (Globally Unique Identifier)

type Course = | ALG | FPR | IPR | OOP
type Mark    = | Insufficient | Sufficient
              | Good | VeryGood | Excellent

type Student = { name : Name; guid : GUID }
type Result  = { course : Course; guid : GUID; mark : Mark }

```

```

let students : Student list =
  [{ name = "Ralf"; guid = 4711 };
   { name = "Lisa"; guid = 815  }; ...]
let results : Result list =
  [{ course = ALG; guid = 4711; mark = Good    };
   { course = FPR; guid = 815;  mark = Excellent };
   { course = FPR; guid = 4711; mark = Sufficient }; ...]

```

Ein- und Ausgabe

Zustand

Listenbeschreibungen

Motivation

Abstrakte Syntax

Dynamische Semantik

Vertiefung

Kontrollstrukturen

Ausnahmen

36. Vertiefung: Datenbanken

Wie heißt der Student mit der Matrikelnummer 4711?

```
let query1 : Name list =  
  [for student in students do  
    if student.guid = 4711 then  
      yield student.name]
```

Liste die Ergebnisse der Vorlesung *ALG*.

```
let query2 : Mark list =  
  [for result in results do  
    if result.course = ALG then  
      yield result.mark]
```

36. Vertiefung: Datenbanken

Welche Ergebnisse hat der Student namens "Ralf" erzielt?

```
let query4 : Mark list =  
  [for student in students do  
    if student.name = "Ralf" then  
      for result in results do  
        if student.guid = result.guid then  
          yield result.mark]
```

Welche Student*in hat mindestens ein exzellentes Ergebnis in einem ihrer Kurse?

```
let query5 : Name list =  
  [for result in results do  
    if result.mark = Excellent then  
      for student in students do  
        if result.guid = student.guid then  
          yield student.name]
```

Ein- und
Ausgabe

Zustand

Listenbeschrei-
bungen

Motivation

Abstrakte Syntax

Dynamische
Semantik

Vertiefung

Kontrollstruktu-
ren

Ausnahmen

37. Motivation

☞ Mit der Einführung von Operationen zur Ein- und Ausgabe und zur Speicheranpassung wird es notwendig, Effekte zu kontrollieren:

- ▶ Welche Effekte treten auf,
- ▶ in welcher Reihenfolge treten sie auf und
- ▶ wie oft werden sie gegebenenfalls wiederholt?

Mit dem Einzug von Effekten verändert sich nicht nur die Natur des Rechnens, auch der Programmierstil wird potentiell ein anderer.

- ▶ Der *problemnahe, deskriptive* Charakter („Was?“) weicht
- ▶ einem *maschinennahen, präskriptiven* Stil („Wie?“).

Das „Wie“, der Kontrollfluss, kann mit speziellen Sprachmitteln, den Kontrollstrukturen, präzisiert werden.

37. Motivation

☞ Eine **for**-Schleife kann verwendet werden, um effektvolle Ausdrücke aneinanderzureihen:

```
Mini) print 4711; for i in 0..5 do print (i * i)
```

```
4711
```

```
0
```

```
1
```

```
4
```

```
9
```

```
16
```

```
25
```

```
Mini) for i in 0..9 do if i % 2 = 1 then print (i * i)
```

```
1
```

```
9
```

```
25
```

```
49
```

```
81
```

☞ Kommt uns die Syntax bekannt vor?

Ein- und
Ausgabe

Zustand

Listenbeschrei-
bungen

Kontrollstruktu-
ren

Motivation

Abstrakte Syntax

Statische Semantik

Dynamische
Semantik

Vertiefung

Ausnahmen

37. Motivation

Die Syntax erinnert stark an Sequenzausdrücke; lediglich *yield* ist durch *print* ersetzt worden.

```
Mini) for i in 1..8 do  
      for j in 1..8 do  
        if (i + j) % 2 = 0 then  
          print (i,j)
```

(1, 1)

(1, 3)

...

(8, 6)

(8, 8)

37. Motivation

Es ist nicht zwingend, die Elemente auszugeben. Das folgende Beispiel illustriert einen anderen Effekt.

```
let sum (xs : List <Int>) : Int =  
  let mutable acc = 0  
  for x in xs do  
    acc ← acc + x  
  acc
```

☞ Die Funktion *sum* summiert die Elemente der angegebenen Liste.

☞ Eine *for*-Schleife wiederholt einen Effekt für *alle* Elemente einer Liste. Das ist nicht für alle Aufgabenstellungen adäquat ...

37. Motivation

Mit Hilfe einer **while**-Schleife kann man die lineare Suche *iterativ* implementieren.

```
let linear-search (key : 'elem) (a : Array <'elem>) : Option <Int> =
  let mutable i = 0
  while i < a.Length && a.[i] < key do
    i ← i + 1
  if i < a.Length && a.[i] = key then Some i
  else None
```

☞ Der Rumpf der **while**-Schleife wird wiederholt, solange die Schleifenbedingung wahr ist.

☞ **while**-Schleifen sind *nur* im Zusammenspiel mit Effekten sinnvoll. Die Schleifenbedingung wird wiederholt ausgerechnet; damit sich der Wahrheitswert ändert, *muss* der Ausdruck von Benutzereingaben oder vom Speicher abhängen.

37. Motivation

Auch die binäre Suche lässt sich iterativ formulieren:

```

let ternary-search (key : 'elem) (a : Array ⟨'elem⟩) : Option ⟨Int⟩ =
  let mutable l = 0
  let mutable u = a.Length - 1
  let mutable found = None
  while l ≤ u && found = None do
    let m = (l + u) / 2
    if key < a.[m] then u ← m - 1
    elif key = a.[m] then found ← Some m
    (* key > a.[m] *) else l ← m + 1
  found
  
```

 Wir definieren drei Veränderliche: die Intervallgrenzen l und u und den Suchstatus $found$. Die Schleifenbedingung $l \leq u \ \&\& \ found = None$ involviert alle drei Veränderliche.

37. Abstrakte Syntax

Ausdrücke vom Typ *Unit*, die *nur* ihres Effektes wegen ausgerechnet werden, heißen auch *Anweisungen*.

$e ::= \dots$

- | $e_1; e_2$
- | **if** e_1 **then** e_2
- | **if** e_1 **then** e_2 **else** e_3
- | **for** x **in** e_1 **do** e_2
- | **while** e_1 **do** e_2

Kontrollstrukturen:

- Sequenz
- einarmige Alternative
- zweiarmige Alternative
- beschränkte Wiederholung
- unbeschränkte Wiederholung

37. Statische Semantik

Die **for**-Schleife ist ein „Binder“: Die Schleifenvariable ist im Rumpf der Schleife sichtbar.

$$\frac{\Sigma \vdash e_1 : List \langle t_1 \rangle \quad \Sigma, \{x_1 \mapsto t_1\} \vdash e : Unit}{\Sigma \vdash \mathbf{for} \ x_1 \ \mathbf{in} \ e_1 \ \mathbf{do} \ e : Unit}$$

$$\frac{\Sigma \vdash e_1 : Bool \quad \Sigma \vdash e_2 : Unit}{\Sigma \vdash \mathbf{while} \ e_1 \ \mathbf{do} \ e_2 : Unit}$$

 Der Schleifenrumpf ist jeweils eine Anweisung.

37. Dynamische Semantik

Schleifen sind wie Listenbeschreibungen syntaktischer Zucker.

☞ Die Schleife **for** x **in** e_1 **do** e_2 entspricht dem Aufruf *foreach* e_1 (**fun** $x \rightarrow e_2$), wobei *foreach* wie folgt definiert ist.

```
let rec foreach (list : List <'a>) (body : 'a → Unit) : Unit =  
  match list with  
  | []      → ()  
  | x :: xs → body x; foreach xs body
```

☞ *foreach* ist *endrekursiv*: der rekursive Aufruf ist die „letzte Aktion“ im Funktionsrumpf.

37. Dynamische Semantik

☞ Die Schleife **while** e_1 **do** e_2 wird in den Ausdruck $\text{whiledo } (\text{fun } () \rightarrow e_1) (\text{fun } () \rightarrow e_2)$ übersetzt.

```
let rec whiledo (test : Unit → Bool) (body : Unit → Unit) : Unit =
  if test () then
    body ()
  whiledo test body
```

☞ Warum hat *test* den Typ $\text{Unit} \rightarrow \text{Bool}$?

☞ Auch *whiledo* ist *endrekursiv*.

Verhältnis Rekursion und Iteration:

- ▶ eine Schleife kann in eine endrekursive Funktion übersetzt werden; und umgekehrt
- ▶ kann eine endrekursive Funktion in eine Schleife übersetzt werden.

☞ Mehr dazu im Skript.

Ein- und
Ausgabe

Zustand

Listenbeschrei-
bungen

Kontrollstruktu-
ren

Motivation

Abstrakte Syntax

Statische Semantik

**Dynamische
Semantik**

Vertiefung

Ausnahmen

37. Vertiefung

Aufgabe: Sortieren eines Arrays an „Ort und Stelle“ (engl. in place, lat. in situ), das heißt, ohne zusätzlichen Speicher zu allokkieren.

```
Mini> let revenues = [| 815; 4; 7; 1; 1 |]
```

```
Mini> selection-sort revenues
```

```
()
```

```
Mini> revenues
```

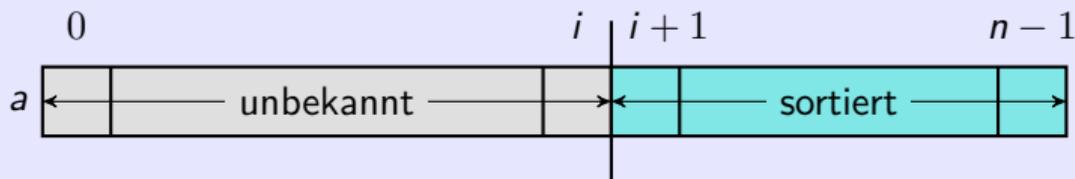
```
[| 1; 1; 4; 7; 815 |]
```

Die Sortierfunktion hat kein interessantes Ergebnis, aber einen bemerkenswerten Effekt: Nach dem Aufruf ist das Eingabearray sortiert.

☞ Was wir bisher verschwiegen haben: Auch Arrays sind veränderlich; die Elemente eines Arrays können mittels einer Zuweisung der Form $a.[e_1] \leftarrow e_2$ verändert werden.

37. Vertiefung: Sortieren durch Einfügen

Idee: Wir teilen das zu sortierende Array gedanklich in zwei Zonen auf.



Über die linke, graue Zone wissen wir nichts; die rechte, grüne Zone ist sortiert. Wir lassen sie schrittweise wachsen, indem wir jeweils ein graues Element in die grüne Zone einfügen.

37. Vertiefung: Sortieren durch Einfügen

```

let insertion-sort (a : Array ⟨'elem⟩) =
  let n = a.Length
  for i in n - 2 .. -1 .. 0 do
    let key = a.[i]
    // insert key into the sorted sub-array a.[i + 1], ..., a.[n - 1]
    let mutable j = i + 1
    while j < n && key > a.[j] do
      a.[j - 1] ← a.[j]
      j ← j + 1
    a.[j - 1] ← key
  
```

 $l .. d .. r$ generiert die Elemente $l, l + d, l + 2 \cdot d, \dots, r$.

37. Vertiefung: Sortieren durch Einfügen

Schleifeninvariante: $a.[i + 1] \leq a.[i + 2] \leq \dots \leq a.[n - 1]$

- ▶ die Initialisierung der Laufvariable etabliert die Invariante:

$$i = n - 2$$

- ▶ der Schleifenrumpf erhält die Invariante:

```

let key = a.[i]
let mutable j = i + 1
while j < n && key > a.[j] do
  a.[j - 1] ← a.[j]
  j ← j + 1
  a.[j - 1] ← key
  
```

- ▶ nach dem letzten Schleifendurchlauf impliziert die Invariante die Nachbedingung:

$$i = -1$$

Ein- und
Ausgabe

Zustand

Listenbeschrei-
bungen

Kontrollstruktu-
ren

Motivation

Abstrakte Syntax

Statische Semantik

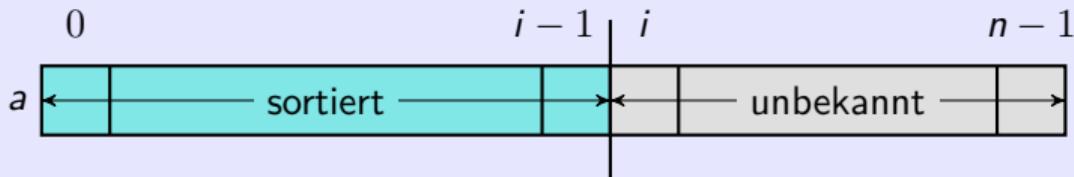
Dynamische
Semantik

Vertiefung

Ausnahmen

37. Vertiefung: Sortieren durch Auswählen

Idee: Wir teilen das zu sortierende Array gedanklich in zwei Zonen auf.



Die linke, grüne Zone ist sortiert; über die rechte, graue Zone wissen wir nichts. Die grüne Zone wird schrittweise nach rechts ausgedehnt, indem jeweils das Minimum der grauen Zone mit dem ersten Element der grauen Zone ausgetauscht wird.

Schleifeninvariante: Die grüne Zone ist sortiert *und* die Elemente der grünen Zone sind höchstens so groß wie die Elemente der grauen Zone.

37. Vertiefung: Sortieren durch Auswählen

```
let selection-sort (a : Array ⟨'elem⟩) =  
  let n = a.Length  
  for i in 0 .. n - 2 do  
    // determine minimum of a.[i], ..., a.[n - 1]  
    let mutable m = i  
    for j in i + 1 .. n - 1 do  
      if a.[j] < a.[m] then  
        m ← j;  
    // swap a.[i] and a.[m]  
    let tmp = a.[i]  
    a.[i] ← a.[m]  
    a.[m] ← tmp
```

37. Vertiefung: Sortieren durch Zählen

Zur Erinnerung: Jedes Sortierverfahren, das auf dem Vergleichen von Elementen basiert, benötigt im schlechtesten Fall mindestens $n \lg n$ Vergleiche.

☞ Es nicht immer zwingend zu vergleichen; um ein Array zu sortieren, das nur Zahlen aus einem gegebenen Intervall, $0..m$, enthält, bietet es sich an, zu zählen, wie häufig jedes Element aus dem Intervall vorkommt. ☞ Auch Arrays sind **mutable**:

```
let counting-sort (m : Int, array : Array <Int>) : Array <Int> =
  let counts = [| for i in 0..m → 0 |]
  for j in array do
    counts.[j] ← counts.[j] + 1
  [| for i in 0..m do
     for c in 1..counts.[i] do
       yield i |]
```

☞ Die Laufzeit ist proportional zu $\max\{m, n\}$, wobei n die Größe des Eingabearrays ist.

38. Motivation

Nicht jede Rechnung lässt sich einem erfolgreichen Ende zuführen:

$$815 / (4711 - 7 * 673) + 1$$

☞ Die Auswertungsregel für '/' ist nicht anwendbar.

- ▶ Die Teilrechnung $815 / (4711 - 7 * 673)$ kann nicht weitergeführt werden.
- ▶ Daraus folgt aber nicht, dass wir auch die Gesamtrechnung abbrechen sollten.
- ▶ *Im Gegenteil:* resultiert der Divisor zum Beispiel aus einer interaktiven Eingabe, dann sollte das Programm die Benutzer*in auf den Fehler hinweisen.
- ▶ *Wunsch:* ein allgemeiner Mechanismus, um Ausnahmesituationen zu signalisieren, Rechnungen abzubrechen und an anderer Stelle wieder aufzunehmen.

38. Motivation: Werfen einer Ausnahme

Idee: Eine Rechnung wird abgebrochen, indem eine sogenannte *Ausnahme* (engl. exception) ausgelöst wird. Die ausgelöste Ausnahme kann an einer anderen Stelle behandelt werden; an dieser anderen Stelle wird die Rechnung fortgesetzt.

Bildlicher: eine Ausnahme wird *geworfen* und *gefangen*.

Die Division wirft die Ausnahme *Div*, wenn der Divisor Null ist.

Mini) $815 / (4711 - 7 * 673) + 1$

uncaught exception: Div

☞ Da die Ausnahme nicht gefangen wird, trifft der Wurf auf die Benutzungsoberfläche und führt zu einer Fehlermeldung.

38. Motivation: Werfen einer Ausnahme

☞ Eine Ausnahme kann auch explizit mit *raise* geworfen werden.

```
Mini) raise Div + 1  
uncaught exception : Div
```

☞ Dieser Ausdruck hat den gleichen Effekt wie $815 / (4711 - 7 * 673) + 1$.

☞ Da die Rechnung abgebrochen wird, besitzt der Ausdruck *raise Div + 1* *keinen* Wert, sondern hat nur einen Effekt.

38. Motivation: Fangen einer Ausnahme

Eine geworfene Ausnahme kann mit dem **try**-Konstrukt gefangen werden.

```
Mini> try show (815 / (4711 - 6 * 773) + 1) with | Div → "?"  
"12"
```

```
Mini> try show (815 / (4711 - 7 * 673) + 1) with | Div → "?"  
"?"
```

- ☞ Zwischen den Schlüsselwörtern **try** und **with** steht der auszurechnende Ausdruck.
- ☞ Gelingt dessen Auswertung, so ist der berechnete Wert auch der Wert des gesamten Ausdrucks.
- ☞ Wird hingegen während der Auswertung eine Ausnahme geworfen, dann kommt der Teil nach dem Schlüsselwörtern **with** zum Einsatz.

38. Motivation: Fangen einer Ausnahme

☞ Passt die Ausnahme auf die linke Seite einer Regel, so wird mit der Auswertung der rechten Seite fortgefahren.

```
Mini) try show (815 / (4711 - 7 * 673) + 1) with | Div → "?"
"?"
```

☞ Man sagt auch, die Ausnahme wird behandelt.

☞ Passt kein Muster, so wird die Ausnahme weitergeworfen.

```
Mini) try show (815 / (4711 - 7 * 673) + 1) with | Match → "?"
uncaught exception : Div
```

38. Motivation

☞ Ausnahmen sind normale Werte, Elemente des Typs *Exception*, und können wie Elemente eines Variantentyps verwendet werden.

```
Mini> let exns = [|Div; Match|]
val exns : Array <Exception>
Mini> match exns.[1] with | Div → "div" | Match → "match"
"div"
```

Zunächst wird ein Array von Ausnahmen konstruiert; anschließend wird das zweite Arrayelement mit einer Fallunterscheidung analysiert.

38. Motivation

Die Ausnahme *Match* signalisiert, dass eine Fallunterscheidung fehlgeschlagen ist, dass keines der angegebenen Muster auf den analysierten Wert gepasst hat.

```
let head (list : List 'a) : 'a =
  match list with
  | x :: _ → x
```

Die Funktion *head* bestimmt das erste Element einer Liste; der Aufruf *head e* wirft die Ausnahme *Match*, wenn *e* zur leeren Liste ausgewertet.  Mathematisch gesehen ist *head* eine *partielle Funktion*.

```
Mini> head (head ([] :: [4711] :: []))
uncaught exception : Match
Mini> try head (head ([] :: [4711] :: [])) with | Match → 0
0
```

 Dichtung und Wahrheit: In F# wird tatsächlich eine *Microsoft.FSharp.Core.MatchFailureException* geworfen, siehe Skript.)

38. Motivation: Definition von Ausnahmen

☞ Man kann auch eigene Ausnahmen definieren, um Fehlerfälle genauer beschreiben zu können.

exception *Head*

```
let head (list : List ⟨'a⟩) : 'a =
  match list with
  | []      → raise Head
  | x :: _ → x
```

☞ *exception* führt eine neue Ausnahme ein; der Datentyp *Exception* wird so um ein Element erweitert.

☞ Die neue Ausnahme wird geworfen, wenn *head* mit der leeren Liste aufgerufen wird; der Programmtext dokumentiert auf diese Weise, dass *head* diesen Fall nicht behandeln kann (oder will).

38. Motivation

☞ Ausnahmen können auch ein Argument haben, um Informationen vom Ort des Abbruchs zum Ort der Wiederaufnahme zu schicken.

exception *Insufficient of Nat*

module *Account* =

let private *funds* = *ref* 0

let *deposit* (*amount* : *Nat*) =
 funds := !*funds* + *amount*

let *withdraw* (*amount* : *Nat*) =
 if !*funds* ≥ *amount* *then*
 funds := !*funds* ÷ *amount*

else

raise (*Insufficient* (!*funds*))

let *balance* () = !*funds*

☞ Die Funktion *withdraw* bucht den gewünschten Betrag nur ab, wenn das Konto gedeckt ist. Die Ausnahme gibt den maximal abhebbaren Betrag an.

38. Motivation

Das ursprüngliche Verhalten von *withdraw* — soviel abheben wie möglich — lässt sich nachprogrammieren, indem man die geworfene Ausnahme fängt und dann das Konto leerräumt.

```
let maximal-withdraw (amount : Nat) : Nat =  
  try  
    Account.withdraw amount; amount  
  with  
    | Insufficient rest → Account.withdraw rest; rest
```

38. Abstrakte Syntax

Wir erweitern Definitionen um Ausnahmedefinitionen.

$d ::= \dots$	<i>Deklarationen:</i>
<i>exception</i> C <i>of</i> t	Definition einer Ausnahme

☞ Wird bei einer *exception* Definition kein Typargument angegeben, dann fassen wir das, wie bei „normalen“ Konstruktoren, als Abkürzung für C *of* *Unit* auf.

Wir erweitern Ausdrücke um Konstrukte zum Werfen und Fangen von Ausnahmen.

$e ::= \dots$	<i>Ausdrücke:</i>
<i>raise</i> e	Werfen einer Ausnahme
<i>try</i> e <i>with</i> m	Fangen einer Ausnahme

☞ Syntaktisch entspricht *try* e *with* m einer erweiterten Fallunterscheidung: e ist ein Ausdruck und m eine Folge von Regeln der Form $p \rightarrow e$.

38. Statische Semantik

Ausnahmen haben den Typ *Exception*.

$$t ::= \dots$$

| *Exception*

Typen:
Typ der Ausnahmen

☞ Der Typ entspricht im wesentlichen einem Variantentyp mit dem Unterschied, dass die Konstruktoren nicht sofort, sondern peu à peu mit Hilfe von *exception* Definitionen eingeführt werden.

Typregeln:

exception C of t

☞ Eine Ausnahmedefinition wird ähnlich wie eine Variantentypdefinition gehandhabt: der Ausnahmekonstruktor korrespondiert zu einer Funktion vom Typ $t \rightarrow \text{Exception}$. Wir erlauben es *nicht*, Ausnahmekonstruktoren zu redefinieren oder lokal zu definieren.

38. Statische Semantik

Typregeln:

$$\frac{\Sigma \vdash e : \textit{Exception}}{\Sigma \vdash \textit{raise } e : t}$$

$$\frac{\Sigma \vdash e : t \quad \Sigma \vdash m (\textit{Exception}) : t}{\Sigma \vdash \textit{try } e \textit{ with } m : t}$$

☞ Die Regel m muss, angewendet auf eine Ausnahme, zu einem Element des Typs t auswerten, siehe Skript.

38. Statische Semantik

☞ **raise** e hat einen beliebigen Typ!

Somit kann **raise** e überall verwendet werden:

- ▶ als Boolescher Wert: **raise** Div && e,
- ▶ als natürliche Zahl: **raise** Div + 4711,
- ▶ als Funktion: (**raise** Div) 4711,
- ▶ als Paar: *snd* (**raise** Div),
- ▶ usw.

☞ **raise** e bricht die aktuelle Rechnung ab, deswegen kann der Ausdruck in jedem beliebigen Kontext stehen; der Kontext bekommt den Wert von **raise** e ja niemals zu Gesicht.