

41. Klassenvariablen und -methoden

Klassenmethoden und -eigenschaften können unabhängig von der Existenz eines Objekts sprich eines Bankkontos verwendet werden.

☞ Zum Zeitpunkt der Gründung einer Bank existieren keine Konten.

```
Mini) TrustMe.BIC
4711
Mini) let lisas = TrustMe 4711
val lisas : TrustMe
Mini) TrustMe.no-of-accounts
1
```

☞ Die jeweilige Nachricht wird an die Klasse in unserem Beispiel an die Bank *TrustMe* geschickt.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

970

41. Felder, Methoden und Eigenschaften

- ▶ **let** $a = e$
führt eine Konstante ein, einen Bezeichner für einen Wert (diese Konstante kann allerdings die Adresse einer Speicherzelle sein: **let funds = ref seed**). Die Bindung wird bei der Erzeugung eines Objekts mit **new** ausgewertet. Eine Konstante ist stets privat und kann nicht öffentlich gemacht werden.
- ▶ **let** $f x = e$
führt eine Funktion ein. Eine Funktion ist stets privat.
- ▶ **let mutable** $s = e$
führt eine Instanzvariable ein, auch *Feld* (engl. field) genannt. Auch eine Instanzvariable ist stets privat.
- ▶ **do** e
kennzeichnet einen Ausdruck, der bei der Erzeugung eines Objekts mit **new** ausgeführt wird.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

971

41. Felder, Methoden und Eigenschaften

- ▶ **member** $self.p$ **with** $get () = e_1$ **and** $set v = e_2$
member $self.p$ **with** **private** $get () = e_1$ **and** $set v = e_2$
führt eine Eigenschaft ein; es kann auch nur der Getter bzw. nur der Setter angegeben werden. Eigenschaften sind öffentlich; die Sichtbarkeit kann aber mit **private** selektiv eingeschränkt werden.
- ▶ **member** $self.m x = e$
member **private** $self.m x = e$
führt eine Methode ein. Methoden sind ebenfalls öffentlich, es sei denn, die Sichtbarkeit wird mit **private** eingeschränkt.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

972

41. Felder, Methoden und Eigenschaften

- ▶ **static let** $a = e$
führt eine „Klassenkonstante“ ein. Die Bindung wird bei der Abarbeitung der Klassendefinition ausgewertet; in e sind nur mit **static** gekennzeichnete Bezeichner sichtbar.
- ▶ **static let** $f x = e$
führt eine „Klassenfunktion“ ein. Im Rumpf e sind nur mit **static** gekennzeichnete Bezeichner sichtbar. Eine Funktion ist stets privat.
- ▶ **static let mutable** $s = e$
führt eine Klassenvariable ein. Auch eine Klassenvariable ist stets privat.
- ▶ **static do** e
kennzeichnet einen Ausdruck, der bei der Abarbeitung der Klassendefinition ausgeführt wird. In e sind nur mit **static** gekennzeichnete Bezeichner sichtbar.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

973

41. Felder, Methoden und Eigenschaften

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

- ▶ **static member** p with $get () = e_1$ and $set v = e_2$
static member p with **private** $get () = e_1$ and $set v = e_2$
führt eine Klasseigenschaft ein. Auf die Eigenschaft wird über den Klassennamen zugegriffen. Auch Klasseigenschaften sind öffentlich; die Sichtbarkeit kann aber mit **private** eingeschränkt werden.
- ▶ **static member** $m x = e$
static member private $m x = e$
führt eine Klassenmethode ein. Eine Klassenmethode ist der Natur nach eine ordinäre Funktion; lediglich der Aufruf erfolgt über den Klassennamen.

974

41. Module versus Klassen

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

Sichtbarkeit (engl. visibility, auch accessibility):

- ▶ **Modul**: Position des Bezeichners: global oder lokal;
- ▶ **Klasse**: durch vorhandene oder fehlende **static** Kennzeichnung.

975

41. Klassen und Schnittstellen

Eine alternative Implementierung einer Bank:

```
type Cheap'N'Easy (seed : Nat) =  
  class  
    let mutable funds-log = [seed]  
    member self.Deposit (amount : Nat) =  
      funds-log ← (head funds-log + amount) :: funds-log  
    member self.Withdraw (amount : Nat) =  
      funds-log ← monus (head funds-log, amount) :: funds-log  
    member self.Balance =  
      head funds-log  
    member self.Cancel =  
      funds-log ← tail funds-log  
  end
```

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

976

41. Klassen und Schnittstellen

Beobachtung: Weder das Objekt *TrustMe* 4711 noch das Objekt *Cheap'N'Easy* 815 kann an die Funktion *transfer* übergeben werden!

```
transfer : IAccount * Nat * IAccount → Unit
```

```
TrustMe 4711 : TrustMe  
Cheap'N'Easy 815 : Cheap'N'Easy
```

☞ Alle drei Typen, *IAccount*, *TrustMe*, *Cheap'N'Easy*, sind verschieden und damit inkompatibel.

„All types are created unequal.“

☞ Die Gleichheit der Methodennamen könnte rein zufällig sein. Uns geht es aber nicht um Äußerlichkeiten (Wie heißt eine Methode?), sondern um innere Werte (Wie verhält sich eine Methode?).

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

977

41. Klassen und Schnittstellen

```
type Cheap'N'Easy (seed : Nat) =  
  class  
    let mutable funds-log = [seed]  
  interface IAccount with  
    member self.Deposit (amount : Nat) =  
      funds-log ← (head funds-log) + amount :: funds-log  
    member self.Withdraw (amount : Nat) =  
      funds-log ← monus (head funds-log, amount) :: funds-log  
    member self.Balance =  
      head funds-log  
    member self.Cancel =  
      funds-log ← tail funds-log  
end
```

☞ Lies: Cheap'N'Easy implementiert die Schnittstelle IAccount. Damit ist die Klasse ein Untertyp der Schnittstelle: Cheap'N'Easy ≲ IAccount.

VIII Objekte
Ralf Hinze

Objekte
Untertypen
Klassen
Klassen und Schnittstellen
Generische Klassen
Über den Tellerrand
Aufzähler und aufzählbare Objekte
Vererbung

978

41. Klassen und Schnittstellen

Jetzt gelingt die Überweisung: Beim Aufruf der Funktion *transfer* wird automatisch der Typ mit Hilfe der Subsumptionsregel angepasst.

```
Mini> let herberts = Cheap'N'Easy 4711  
Mini> let harrys = Cheap'N'Easy 10  
Mini> transfer (herberts, 100, harrys)  
()  
Mini> (harrys :> IAccount).Balance  
110  
Mini> harrys.Cancel  
()  
Mini> (harrys :> IAccount).Balance  
10
```

Eine explizite Typanpassung ist notwendig, wenn auf die Methoden der Schnittstelle zugegriffen wird: Von Haus aus versteht *harrys* die Nachricht *Balance* nicht. (Wir sehen später, warum das sinnvoll ist.)

VIII Objekte
Ralf Hinze

Objekte
Untertypen
Klassen
Klassen und Schnittstellen
Generische Klassen
Über den Tellerrand
Aufzähler und aufzählbare Objekte
Vererbung

979

41. Klassen und Schnittstellen

Möchte man aus Gründen der Bequemlichkeit den direkten Zugriff auf die Schnittstellenmethoden ermöglichen, kann man diese *zusätzlich* als Methoden der Klasse „veröffentlichen“.

```
type Cheap'N'Easy (seed : Nat) =  
  class  
    ...  
    // expose interface  
    member self.Deposit amount = (self :> IAccount).Deposit amount  
    member self.Withdraw amount = (self :> IAccount).Withdraw amount  
    member self.Balance = (self :> IAccount).Balance  
end
```

Die Gleichungen geben jeweils an, dass die Methode der Klasse (links: *self.Withdraw*) durch die Schnittstellenmethode (rechts: *(self :> IAccount).Withdraw*) definiert wird.

☞ Lässt man die Typanpassung weg, erfolgt ein rekursiver Aufruf mit der Konsequenz der Nichtterminierung!

VIII Objekte
Ralf Hinze

Objekte
Untertypen
Klassen
Klassen und Schnittstellen
Generische Klassen
Über den Tellerrand
Aufzähler und aufzählbare Objekte
Vererbung

980

41. Klassen und Schnittstellen

Man kann auch den umgekehrten Weg beschreiten und die Schnittstellenmethoden durch Methoden der Klasse definieren.

```
type TrustMe (seed : Nat) =  
  class  
    ...  
    interface IAccount with  
      // these are not recursive definitions  
      member self.Deposit amount = self.Deposit amount  
      member self.Withdraw amount = self.Withdraw amount  
      member self.Balance = self.Balance  
end
```

Die Gleichungen geben jeweils an, dass die Schnittstellenmethode (links: *self.Withdraw*) durch die Methode der Klasse (rechts: *self.Withdraw*) definiert wird.

VIII Objekte
Ralf Hinze

Objekte
Untertypen
Klassen
Klassen und Schnittstellen
Generische Klassen
Über den Tellerrand
Aufzähler und aufzählbare Objekte
Vererbung

981

41. Klassen und Schnittstellen

Nach diesen Vorarbeiten lassen sich sowohl Banküberweisungen tätigen als auch die Kontostände direkt ohne Umweg über die Schnittstelle abrufen.

```
Mini) let herberts = TrustMe 4711
Mini) let harrys = Cheap'N'Easy 0
transfer (herberts, 100, harrys)
()
Mini) herberts.Balance
4611
Mini) harrys.Balance
100
```

Der direkte Zugriff mit `Balance` ist möglich, weil entweder die Schnittstelle bekanntgegeben wurde oder die Schnittstelle mit den Methoden der Klasse implementiert wurde.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

982

41. Klassen und Schnittstellen

Eine Klasse kann auch mehrere Schnittstellen gleichzeitig implementieren.

```
type IPositive =
  abstract Answer : string
type INegative =
  abstract Answer : string
type Undecided () = // don't forget '()'
  class
    member self.Answer = "maybe"
  interface IPositive with
    member self.Answer = "yup"
  interface INegative with
    member self.Answer = "nope"
  end
```

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

983

41. Klassen und Schnittstellen

Die Schnittstellen repräsentieren unterschiedliche Stimmungen; je nach konkreter Stimmung fällt die „Antwort“ unterschiedlich aus.

```
Mini) let turncoat = Undecided ()
Mini) turncoat.Answer
val it : string = "maybe"
Mini) (turncoat :> IPositive).Answer
val it : string = "yup"
Mini) (turncoat :> INegative).Answer
val it : string = "nope"
```

Damit wird klar, warum bei Methodenaufrufen *keine* automatischen Typanpassungen vorgenommen werden (`Undecided <: IPositive` oder `Undecided <: INegative`): Kein Automatismus kann die vorhandene *Mehrdeutigkeit* auflösen.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

984

41. Generische Klassen

In Teil V haben wir endliche Abbildungen mit Hilfe von Listen, Suchlisten und Suchbäumen implementiert, siehe Skript.

Ein Auszug aus der Schnittstelle:

```
type Map ('key, 'value when 'key : comparison)
val empty : Map ('key, 'value)
val add : 'key * 'value -> Map ('key, 'value) -> Map ('key, 'value)
val look-up : 'key -> Map ('key, 'value) -> 'value option
```

☞ Ein Wörterbuch assoziiert mit einem Schlüssel einen bestimmten Wert. Sowohl Schlüssel als auch Wert können einen beliebigen Typ haben.

☞ Die oben genannten Implementierungen sind *persistent*.

☞ Im Folgenden implementieren wir eine ephemere Variante von endlichen Abbildungen: Beim Erweitern wird die ursprüngliche Abbildung überschrieben; sie ist danach *nicht* mehr verfügbar.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

985

41. Generische Klassen

Die folgende Interaktion zeigt die Implementierung in Aktion.

```
Mini> let perfume = SearchTree <Nat, String> ()
Mini> perfume.Add (4711, "Kölnisch Wasser")
()
Mini> perfume.Add (5, "Chanel")
()
Mini> perfume.Lookup 5
"Chanel"
```

Das Wörterbuch *perfume* ordnet natürlichen Zahlen Strings zu. Mit der Methode *Add* wird das Wörterbuch um einen Eintrag erweitert; *Lookup* schlägt im Wörterbuch nach. Die ephemere Natur wird deutlich: *Add* hat den Ergebnistyp *Unit*; zu jedem Zeitpunkt existiert nur eine Version der endlichen Abbildung *perfume*.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

986

41. Generische Klassen

Für beide Operationen bieten wir syntaktischen Zucker an:

```
Mini> perfume.[5]
"Chanel"
Mini> perfume.[0] ← "Eau"
()
Mini> perfume.[0]
"Eau"
Mini> perfume.[0] ← "Wasser"
()
Mini> perfume.[0]
"Wasser"
```

☞ $perfume.[k] \leftarrow v$ fügt ein neues Schlüssel-Wert Paar hinzu (bzw. aktualisiert einen bestehenden Eintrag für den Schlüssel k); $perfume.[k]$ schlägt den angegebenen Schlüssel nach.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

987

41. Generische Klassen

☞ Wie Record-, Varianten- und Schnittstellentypen können auch Klassentypen mit einem oder mehreren Typen parametrisiert werden.

```
type SearchTree <'key, 'value when 'key : comparison> () =
  class
    let mutable mapping : Map <'key, 'value> = empty
    member self.Add (key, value) =
      mapping ← add (key, value) mapping
    member self.Lookup key =
      match look-up key mapping with
      | None → raise (KeyNotFoundException ())
      | Some value → value
    ...
  end
```

☞ Eine Klasse ist ein *Zwitterwesen*: *SearchTree* ist ein *parametrisierter* Typ und ein *polymorpher* Objektkonstruktor.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

988

41. Generische Klassen

```
type SearchTree <'key, 'value when 'key : comparison> () =
  class
    ...
    member self.Item
      with get key = self.Lookup key
      and set key value = self.Add (key, value)
    end
```

Der syntaktische Zucker für Erweiterung und Zugriff wird mittels der Eigenschaft *Item* realisiert. Es handelt sich um eine sogenannte *indizierte Eigenschaft* (engl. indexed property).

☞ So wie die Eigenschaft ℓ die Abkürzungen $e.\ell$ und $e.\ell \leftarrow e'$ ermöglicht, so erlaubt eine indizierte Eigenschaft den syntaktischen Zucker $e.\ell [i]$ und $e.\ell [i] \leftarrow e'$.

☞ Ist weiterhin $\ell = \text{Item}$, dann kann man ℓ auch auslassen und kurz $e.[i]$ und $e.[i] \leftarrow e'$ schreiben.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

989

41. Smalltalk und Java

In den Programmiersprachen Smalltalk (1972 geboren) und Java (1995 geboren) spielen Objekte und Klassen eine weitaus größere Rolle als in Mini-F#.

- ▶ *Smalltalk*: Alles ist ein Objekt, auch Wahrheitswerte und Zahlen. Jedes Objekt ist Instanz einer Klasse; auch Klassen sind Objekte. Im Gegensatz zu Mini-F# ist Smalltalk *dynamisch getypt*.
- ▶ *Java*: Fast alles ist ein Objekt; neben Klassen gibt es auch primitive Typen wie Wahrheitswerte und Zahlen. Wie Mini-F# ist Java *statisch getypt*.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

990

41. Java

One of the most important influences on the design of Java was a much earlier language called Simula.
— James Gosling

Your development cycle is much faster because Java is interpreted. The compile-link-load-test-crash-debug cycle is obsolete.
— James Gosling

Like the creators of sitcoms or junk food or package tours, Java's designers were consciously designing a product for people not as smart as them.
— Paul Graham

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

991

41. Java: Klassen

```
class TrustMe {
    private long funds = 0;

    TrustMe (long seed) {
        this.funds = seed;
    }

    void deposit (long amount) {
        funds = funds + amount;
    }
    void withdraw (long amount) throws Insufficient {
        if (amount > funds)
            throw new Insufficient (funds);
        else
            funds = funds - amount;
    }
    long balance () { return funds; }
}
```

TrustMe (long seed) ist ein *Konstruktor*. Die Methodenrümpfe verwenden C-Syntax.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

992

41. Java: Klassen

```
class TrustMe {
    ...
    static private int no = 0;
    static int BIC = 4711;
    static {
        System.out.println ("TrustMe is founded.");
    }

    TrustMe (long seed) {
        this.funds = seed;
        no++;
    }
    ...
    static long no_of_accounts () { return no; }
}
```

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

993

41. Java: Schnittstellen

```
interface IAccount {  
    void deposit (long amount);  
    void withdraw (long amount) throws Insufficient;  
    long balance ();  
}
```

☞ Die Tatsache, dass `withdraw` möglicherweise eine Ausnahme wirft, ist im Typ vermerkt.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

994

41. Java: Klassen, da capo

```
class TrustMe implements IAccount {  
    private long funds = 0;  
    static private int no = 0;  
    static int BIC = 4711;  
  
    ...  
    public void deposit (long amount) {  
        ...  
    }  
  
    public void withdraw (long amount) throws Insufficient {  
        ...  
    }  
  
    public long balance () {  
        ...  
    }  
}
```

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

995

41. Java: Module und Funktionen

```
import java.math.*;  
  
public final class Factorial2 {  
    public static BigInteger factorial (BigInteger n) {  
        if (n.compareTo (BigInteger.ZERO) == 0)  
            return BigInteger.ONE;  
        else  
            return n.multiply (factorial (  
                n.subtract (BigInteger.ONE)));  
    }  
  
    public static void main (String[] args) {  
        BigInteger n = new BigInteger("99");  
  
        System.out.println (factorial (n));  
    }  
}
```

☞ Funktionen sind Klassenmethoden; Module sind Klassen (die nur Klassenvariablen und -methoden enthalten).

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

996

41. Lösung Knobelaufgabe #16

Kann man einem regulären Ausdruck ansehen, ob alle in der von dem regulären Ausdruck bezeichneten Sprache enthaltenen Wörter eine gerade Anzahl von `a`s enthalten?

- ▶ \emptyset
- ▶ ϵ
- ▶ $(aa)^*$
- ▶ $a(aa)^*$
- ▶ $(\epsilon | aa)(\epsilon | aa)$
- ▶ $(a | aaa)(a | aaa)$
- ▶ $(\epsilon | aa)(a | aaa)$
- ▶ $(ab)^*$
- ▶ $(a \emptyset b)^*$

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

997

41. Lösung Knobelaufgabe #16

- ▶ Wir nennen eine Sprache *gerade*, wenn alle in der Sprache enthaltenen Wörter eine gerade Anzahl von *as* enthalten.
- ▶ Wir nennen eine Sprache *ungerade*, wenn alle in der Sprache enthaltenen Wörter eine ungerade Anzahl von *as* enthalten.
- ▶ Wir sind daran interessiert, ob eine Sprache gerade ist.
- ▶ Um das festzustellen, benötigen wir auch die Information, ob eine Sprache ungerade ist.

$(a \mid aaa) (a \mid aaa)$

- ▶ Einige Sprachen sind weder gerade noch ungerade.

$(\epsilon \mid aa) (a \mid aaa)$

- ▶ Eine Sprache ist sowohl gerade als auch ungerade!

\emptyset

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

998

41. Lösung Knobelaufgabe #16

```

type Abstract =
  | Both // Durchschnitt von Even und Odd (nur  $\emptyset$ ).
  | Even // Sprachen, deren Wörter eine gerade # as enthalten.
  | Odd // Sprachen, deren Wörter eine ungerade # as enthalten.
  | None // Vereinigung von Even und Odd.
    
```

let rec even-odd (reg : Reg) : Abstract =

```

match reg with
  | Eps      → Even
  | Sym x    → match x with A → Odd | B → Even
  | Cat (r1, r2) → cat (even-odd r1, even-odd r2)
  | Empty    → Both
  | Alt (r1, r2) → alt (even-odd r1, even-odd r2)
  | Rep r     → rep (even-odd r)
    
```

☞ Wir müssen noch *cat*, *alt* und *rep* definieren.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

999

41. Lösung Knobelaufgabe #16

let cat (*a*₁ : Abstract, *a*₂ : Abstract) : Abstract =

```

match (a1, a2) with
  | (Both, _) | (_, Both) → Both
  | (None, _) | (_, None) → None
  | (Even, Even) | (Odd, Odd) → Even
  | (Even, Odd) | (Odd, Even) → Odd
    
```

☞ *Both* ist das Nullelement der Konkatenation, *Even* ist das Einselement.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

1000

41. Lösung Knobelaufgabe #16

let alt (*a*₁ : Abstract, *a*₂ : Abstract) : Abstract =

```

match (a1, a2) with
  | (Both, a) | (a, Both) → a
  | (Even, Even) → Even
  | (Odd, Odd) → Odd
  | _ → None
    
```

☞ *Both* ist das Einselement der Alternative.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und Schnittstellen

Generische Klassen

Über den Tellerrand

Aufzähler und aufzählbare Objekte

Vererbung

1001

41. Lösung Knobelaufgabe #16

```
let rep (a : Abstract) : Abstract =  
  match a with  
  | Both | Even → Even  
  | _      → None
```

☞ $\emptyset^* = \epsilon$, deswegen ist $\text{rep Both} = \text{Even}$.

VIII Objekte

Ralf Hinze

Objekte

Untertypen

Klassen

Klassen und
Schnittstellen

Generische Klassen
Über den Tellerrand

Aufzähler und
aufzählbare
Objekte

Vererbung