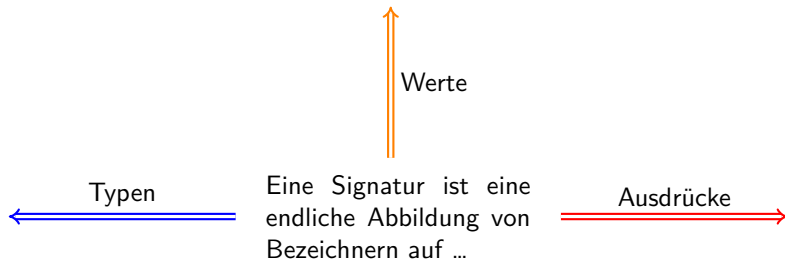


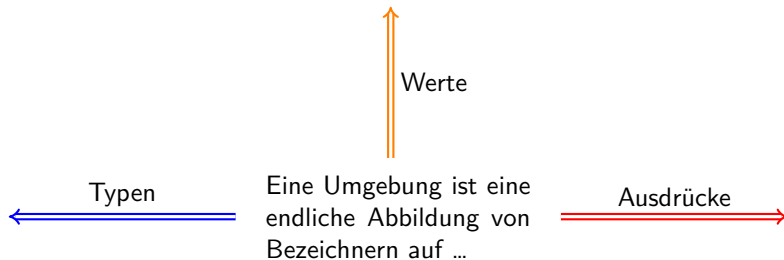
Teil III

Werte I

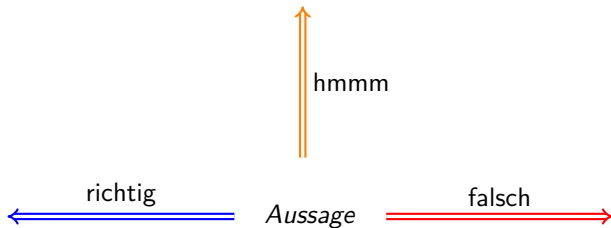
5. Quiz: Signaturen



5. Quiz: Umgebungen



5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen

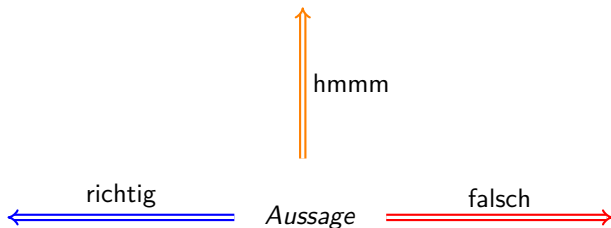



richtig $e \leq 2$ ist ein Ausdruck.


let $e \leq 2$ ist eine Definition. falsch

richtig **let** $e = 2$ ist eine Definition.

5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen

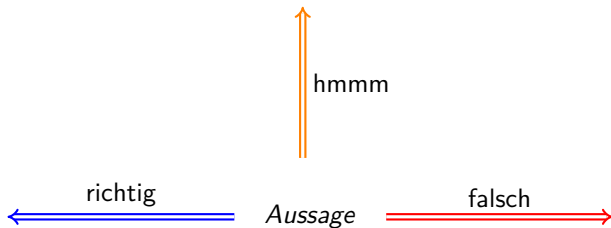


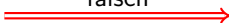
 richtig **let** $e = 2$ **in** e ist ein Ausdruck.


 richtig Das **in**-Konstrukt verbindet Definitionen und Ausdrücke.


5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen

$(\mathbf{let} \ x = 2 \ \mathbf{in} \ \mathbf{fun} \ (y : \mathit{Nat}) \rightarrow y + x) \ (x \% 5)$



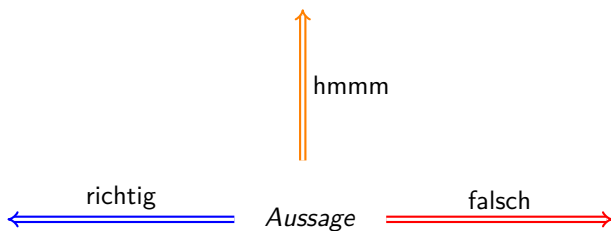
An der Wurzel des Syntaxbaums für den Ausdruck steht **let** $x = 2$. falsch 

An der Wurzel des Syntaxbaums für den Ausdruck steht das **in**-Konstrukt. falsch 

richtig  An der Wurzel des Syntaxbaums für den Ausdruck steht die Funktionsapplikation.

5. Quiz: Ausdrücke und Definitionen

$(\text{let } x = 2 \text{ in fun } (y : \text{Nat}) \rightarrow y + x) (x \% 5)$



Der Ausdruck ist unter der leeren
Signatur \emptyset typkorrekt.

→ falsch

Der Ausdruck wertet zu 4 aus.

→ falsch

6. A tribute to Alonzo Church (1903—1995)

I never had any mathematical conversations with anybody, because there was nobody else in my field.

— Alonzo Church



6. Boolesche Werte — da capo

Zur Erinnerung: wir haben Abkürzungen für Negation, Konjunktion und Disjunktion eingeführt.

$\text{not } a = \mathbf{if } a \mathbf{ then false else true}$
 $a \ \&\& \ b = \mathbf{if } a \mathbf{ then } b \mathbf{ else false}$
 $a \ || \ b = \mathbf{if } a \mathbf{ then true else } b$

Was ist mit Implikation (\rightarrow , \leq), Nicht-Umkehrimplikation ($<$), Äquivalenz (\leftrightarrow , $=$) und Nicht-Äquivalenz (\neq)?

$a \rightarrow b = \mathbf{if } a \mathbf{ then } b \mathbf{ else true}$
 $a < b = \mathbf{if } a \mathbf{ then false else } b$
 $a = b = \mathbf{if } a \mathbf{ then } b \mathbf{ else not } b$
 $a \neq b = \mathbf{if } a \mathbf{ then not } b \mathbf{ else } b$

6. Daten als Programme



Folks, now that you've got functions, why not ditch Booleans and natural numbers?

Ein Wahrheitswert ist entweder wahr (1) oder falsch (0).



Eine natürliche Zahl ist entweder 0 oder der Nachfolger einer natürlichen Zahl ($n + 1$).

6. Wahrheitswerte als Funktionen

true



fun true false → true


fun a b → a

false



fun true false → false

fun a b → b

 Ausnahmsweise ohne Angaben von Typen ...

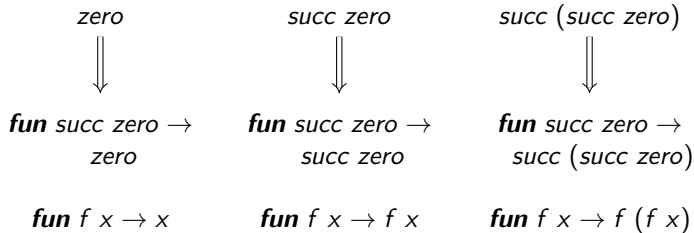
6. Wahrheitswerte als Funktionen

***let** false = **fun** a b → b*

***let** true = **fun** a b → a*

***let** if-then-else cond x y = cond x y*

6. Natürliche Zahlen als Funktionen



6. Natürliche Zahlen als Funktionen

zero = **fun** $f\ x \rightarrow x$

succ n = **fun** $f\ x \rightarrow f\ (n\ f\ x)$

plus $n_1\ n_2$ = **fun** $f\ x \rightarrow n_1\ f\ (n_2\ f\ x)$

times $n_1\ n_2$ = **fun** $f\ x \rightarrow n_1\ (n_2\ f)\ x$